

Dynamique des grands réseaux d'interactions

Clémence Magnien

`magnien@shs.polytechnique.fr`

CREA - CNRS - École Polytechnique

28 avril 2005 / Ecole GRI

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

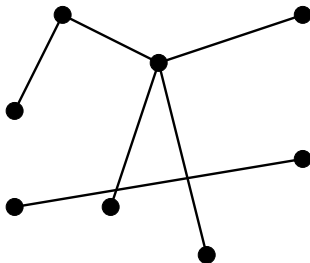
Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.

Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

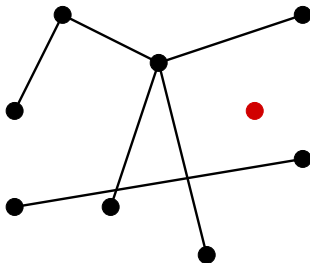
Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.



Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

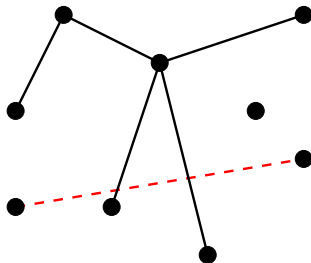
Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.



Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

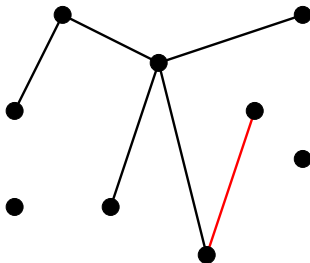
Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.



Qu'est-ce qu'un réseau dynamique ?

Définition générale

Un réseau dans lequel des **nœuds** et des **liens** apparaissent et disparaissent au cours du temps.



Exemples

- Graphe du Web
- Internet
- Réseaux pair-à-pair
- Réseaux de collaborations
- Réseaux d'amitié
- Réseaux de contacts sexuels
- Réseaux économiques
- Topologie du cerveau
- Interactions de protéines
- Réseaux linguistiques

Outline

- 1 **Choix et méthodologie**
 - **Savoir se restreindre**
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Premières idées de quantités à regarder

- vitesse d'apparition de nouveaux nœuds
- vitesse d'apparition de nouveaux liens
- vitesse de disparition de nœuds
- vitesse de disparition de liens
- nœuds ou liens qui réapparaissent après avoir disparu
- durée de vie moyenne des nœuds et des liens
 - ▶ comment gérer les réapparitions ?
- nombre d'apparition/disparition moyen

Premières idées de quantités à regarder

- vitesse d'apparition de nouveaux nœuds
- vitesse d'apparition de nouveaux liens
- vitesse de disparition de nœuds
- vitesse de disparition de liens
- nœuds ou liens qui réapparaissent après avoir disparu
- durée de vie moyenne des nœuds et des liens
 - ▶ comment gérer les réapparitions ?
- nombre d'apparition/disparition moyen

Premières idées de quantités à regarder

- vitesse d'apparition de nouveaux nœuds
- vitesse d'apparition de nouveaux liens
- vitesse de disparition de nœuds
- vitesse de disparition de liens
- nœuds ou liens qui réapparaissent après avoir disparu
- durée de vie moyenne des nœuds et des liens
 - ▶ comment gérer les réapparitions ?
- nombre d'apparition/disparition moyen

Premières idées de quantités à regarder

- vitesse d'apparition de nouveaux nœuds
- vitesse d'apparition de nouveaux liens
- vitesse de disparition de nœuds
- vitesse de disparition de liens
- nœuds ou liens qui réapparaissent après avoir disparu
- durée de vie moyenne des nœuds et des liens
 - ▶ comment gérer les réapparitions ?
- nombre d'apparition/disparition moyen

Premières idées de quantités à regarder

- vitesse d'apparition de nouveaux nœuds
- vitesse d'apparition de nouveaux liens
- vitesse de disparition de nœuds
- vitesse de disparition de liens
- nœuds ou liens qui réapparaissent après avoir disparu
- durée de vie moyenne des nœuds et des liens
 - ▶ comment gérer les réapparitions ?
- nombre d'apparition/disparition moyen

Problème

- Une myriade de statistiques élémentaires
 - ▶ Difficile à analyser correctement
- Aucune question plus profonde traitée
 - ▶ degrés des nœuds
 - ▶ distance
 - ▶ ...

Problème

- Une myriade de statistiques élémentaires
 - ▶ Difficile à analyser correctement
- Aucune question plus profonde traitée
 - ▶ degrés des nœuds
 - ▶ distance
 - ▶ ...

Une solution possible

Se limiter aux **réseaux croissants** :

- les liens et les nœuds apparaissent
- mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Une solution possible

Se limiter aux **réseaux croissants** :

- les liens et les nœuds apparaissent
- mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Une solution possible

Se limiter aux **réseaux croissants** :

- les liens et les nœuds apparaissent
- mais ne disparaissent jamais

Permet de **réduire la complexité** de l'analyse

Correspond aux **données** qu'on peut obtenir

Réseaux croissants à gros grains

périodes

P1

P2

P3

Notre modèle

Réseaux croissants à gros grains

périodes

P1

P2

P3



Notre modèle

Réseaux croissants à gros grains

périodes

P1



P2



P3

Réseaux croissants à gros grains

périodes

P1



P2



P3



Induit différents types de œuds et de liens

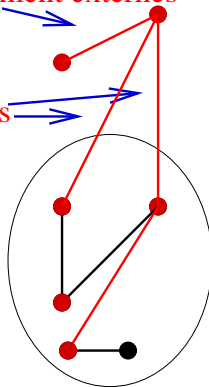
Liens complètement externes

Noeuds externes

Liens externes

Liens internes

Noeuds internes



Outline

- 1 **Choix et méthodologie**
 - Savoir se restreindre
 - **Rappels sur l'analyse statique**
 - S'appuyer sur des cas particuliers

- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés

- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1

- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique

- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

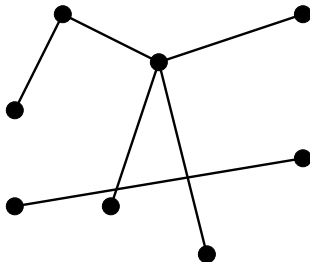
Analyse statique

Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**

- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

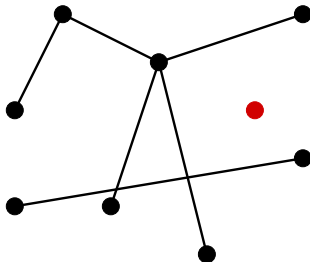
Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

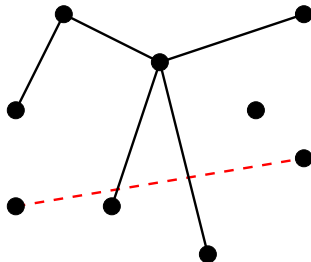
Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

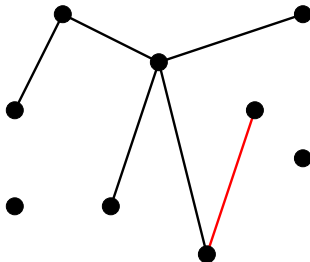
Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

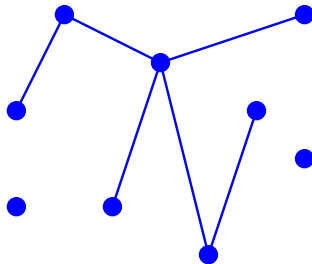
Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

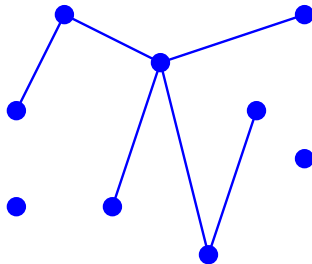
Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Analyse statique

Tout a commencé par l'analyse d'un **instantané**



- Décrire
- Trouver les informations pertinentes

Rappels sur l'analyse des réseaux statiques

Plusieurs propriétés communes :

- distance moyenne courte
- coefficient de clustering fort
- distribution des degrés hétérogène

Comment interpréter cela ?

↪ Une méthode : comparaison à l'aléatoire

Deux variantes : respecter

- nombre de sommets, nombre de liens
- nombre de sommets, nombre de liens et la distribution des degrés

Rappels sur l'analyse des réseaux statiques

Plusieurs propriétés communes :

- distance moyenne courte
- coefficient de clustering fort
- distribution des degrés hétérogène

Comment interpréter cela ?

↪ Une méthode : comparaison à l'aléatoire

Deux variantes : respecter

- nombre de sommets, nombre de liens
- nombre de sommets, nombre de liens et la distribution des degrés

Rappels sur l'analyse des réseaux statiques

Plusieurs propriétés communes :

- distance moyenne courte
- coefficient de clustering fort
- distribution des degrés hétérogène

Comment interpréter cela ?

↪ Une méthode : comparaison à l'aléatoire

Deux variantes : respecter

- nombre de sommets, nombre de liens
- nombre de sommets, nombre de liens et la distribution des degrés

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - **S'appuyer sur des cas particuliers**

- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés

- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1

- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique

- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Utilité des cas particuliers

Notre but : entamer une étude **générale** de la dynamique

Utiliser des cas particuliers pour :

- ne pas parler dans le vide
- comparer à l'aléatoire

Problème des cas particuliers

- Difficulté d'acquisition des données
- Risque de vouloir expliquer les résultats

Problème des cas particuliers

- Difficulté d'acquisition des données
- Risque de vouloir expliquer les résultats

Réseau des acteurs

Nœuds : acteurs

Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.

Réseau des acteurs

Nœuds : acteurs

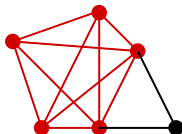
Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.



Réseau des acteurs

Nœuds : acteurs

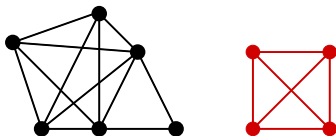
Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.



Réseau des acteurs

Nœuds : acteurs

Liens : deux acteurs sont liés s'ils ont joué dans un même film.



Source : www.imdb.com

Réseau des citations d'articles

Nœuds : articles scientifiques

Liens : deux articles sont liés si l'un cite l'autre.

Réseau des citations d'articles

Nœuds : articles scientifiques

Liens : deux articles sont liés si l'un cite l'autre.



Réseau des citations d'articles

Nœuds : articles scientifiques

Liens : deux articles sont liés si l'un cite l'autre.



Réseau des citations d'articles

Nœuds : articles scientifiques

Liens : deux articles sont liés si l'un cite l'autre.



Source : www.arxiv.org

Réseau des échanges pair à pair

Nœuds : utilisateurs d'un système P2P

Liens : deux utilisateurs sont liés s'**ils échangent une donnée**.

Réseau des échanges pair à pair

Nœuds : utilisateurs d'un système P2P

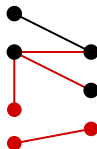
Liens : deux utilisateurs sont liés s'ils échangent une donnée.



Réseau des échanges pair à pair

Nœuds : utilisateurs d'un système P2P

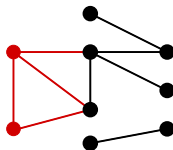
Liens : deux utilisateurs sont liés s'ils échangent une donnée.



Réseau des échanges pair à pair

Nœuds : utilisateurs d'un système P2P

Liens : deux utilisateurs sont liés s'ils échangent une donnée.



Source : eDonkey

Réseau des échanges IP

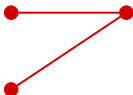
Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines sont liées si **elles communiquent ensemble**.

Réseau des échanges IP

Nœuds : machines sur l'Internet

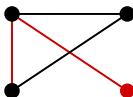
Liens : deux machines sont liées si **elles communiquent ensemble**.



Réseau des échanges IP

Nœuds : machines sur l'Internet

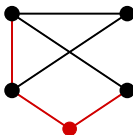
Liens : deux machines sont liées si elles communiquent ensemble.



Réseau des échanges IP

Nœuds : machines sur l'Internet

Liens : deux machines sont liées si **elles communiquent ensemble**.



Source : Metrosec - Metropolis

Caractéristiques de ces réseaux

	nb nœuds	deg. moyen	granularité
acteurs	869 986	118	1 an
citations	27 771	24	30 jours
P2P	377 461	122	10 sec.
IP	281 760	3,6	50 sec.

des réseaux différents :

- taille
- processus de construction
- granularité
- ...

Caractéristiques de ces réseaux

	nb nœuds	deg. moyen	granularité
acteurs	869 986	118	1 an
citations	27 771	24	30 jours
P2P	377 461	122	10 sec.
IP	281 760	3,6	50 sec.

des réseaux **différents** :

- taille
- processus de construction
- granularité
- ...

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - **Choix de la granularité**
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Choix de la granularité

Certains réseaux ont une granularité “naturelle” ([acteurs](#)).

D'autres non ([IP](#) : 10% des périodes sans information).

- granularité trop petite : on perd le côté gros grains
- granularité trop grande : on perd la dynamique

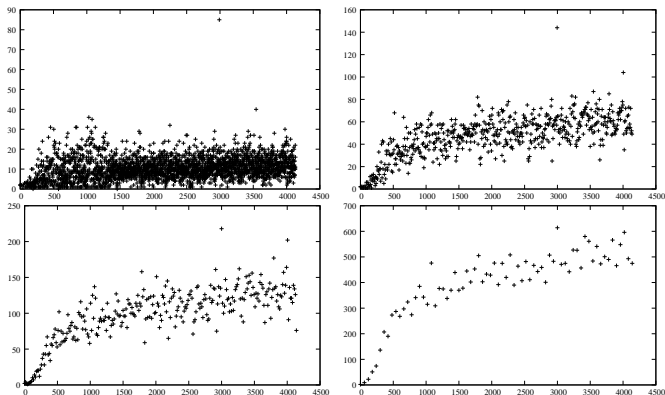
Une idée

Choisir la **plus petite période** qui donne une régularité

Une idée

Choisir la **plus petite période** qui donne une régularité

Citations :



Limites de cette approche

Ne marche pas toujours (**traffic auto-similaire**)

Conclusion : pas de solution miracle

- Influence de la granularité sur les mesures ?

Limites de cette approche

Ne marche pas toujours (**traffic auto-similaire**)

Conclusion : pas de solution miracle

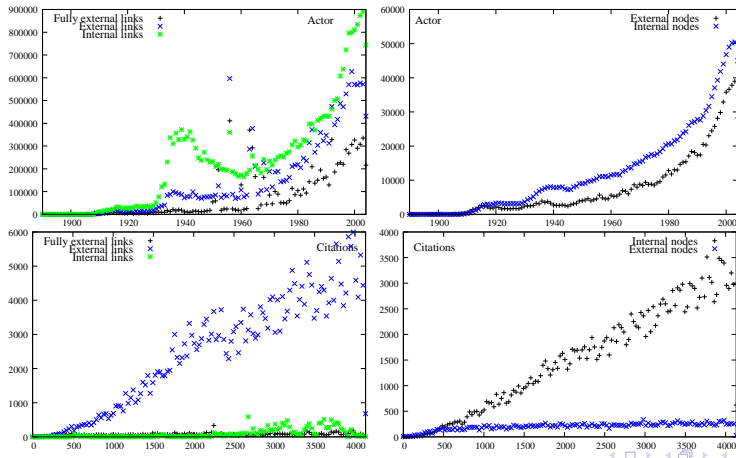
- Influence de la granularité sur les mesures ?

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - **Statistiques élémentaires**
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

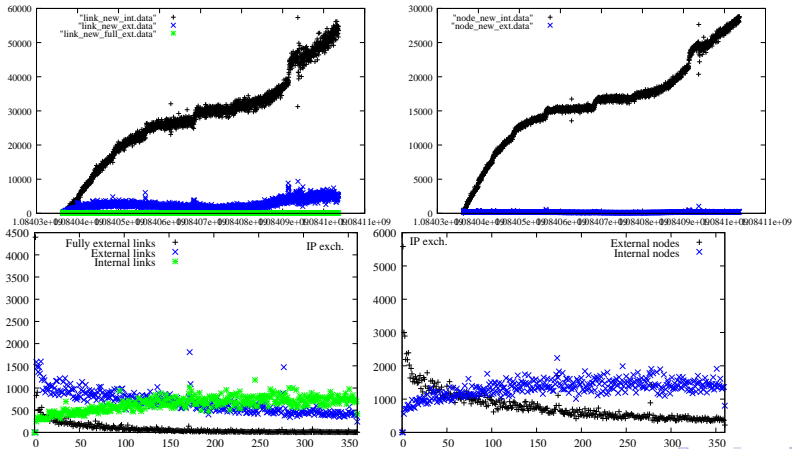
Évolution du nombre de nœuds et de liens des différents types - 1

Acteurs et Citations



Évolution du nombre de nœuds et de liens des différents types - 2

P2P et IP



Évolution du nombre de nœuds et de liens des différents types - 3

- Des comportements **différents**...
- ...et des **similitudes**

Évolution du nombre de nœuds et de liens des différents types - 3

- Des comportements **différents**...
- ...et des **similitudes**

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - **Évolution des paramètres classiques**
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Évolution des quantités classiques

L'analyse classique \longrightarrow beaucoup de paramètres pertinents

- Distance moyenne
- Coefficient de clustering
- Distribution des degrés
- ...

Première idée : regarder l'évolution de ces quantités au fil du temps.

Pourquoi ne pas avoir commencé par là ?

- On plaque une vision statique sur la dynamique
- On risque de ne pas penser à des choses simples

Ce qui ne veut pas dire qu'il ne faut pas les étudier

Pourquoi ne pas avoir commencé par là ?

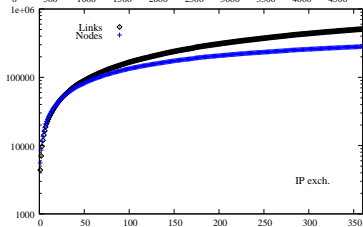
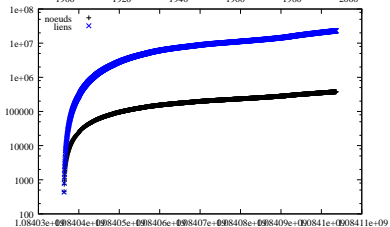
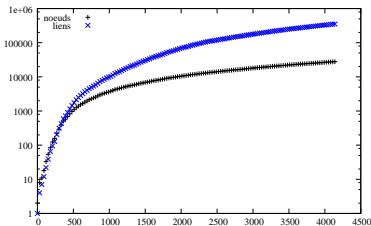
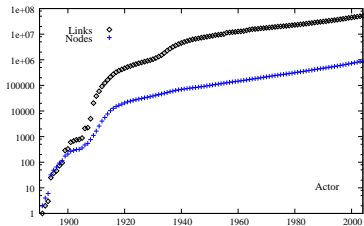
- On plaque une vision statique sur la dynamique
- On risque de ne pas penser à des choses simples

Ce qui ne veut pas dire qu'il ne faut pas les étudier

Évolution des paramètres classiques

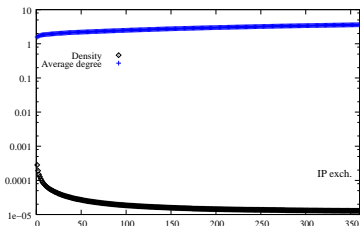
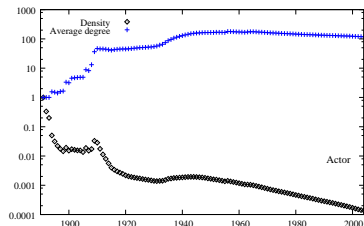
- nombre de nœuds et de liens
- degré moyen et densité
- distribution des degrés
- coefficient de clustering
- distance moyenne

Nombre de nœuds et liens



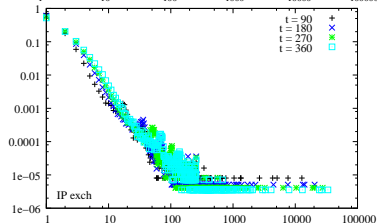
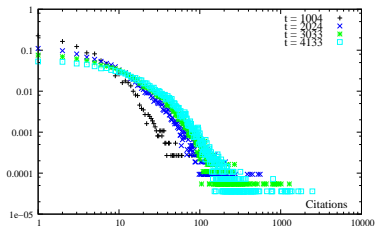
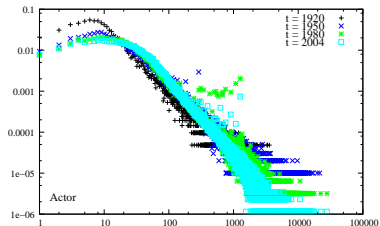
Degré moyen et densité

Acteurs et IP



Distribution des degrés

$$t = \frac{1}{4}, t = \frac{1}{2}, t = \frac{3}{4}, t = 1$$



Coefficient de clustering et distance moyenne

Pas de courbes

↪ notions de complexité

Complexité : temps nécessaire pour effectuer un calcul (en fonction de la taille du réseau)

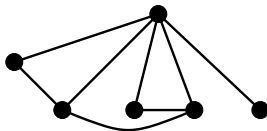
- Compter les sommets, les liens, ... : $t = \text{nbre de sommets, liens}$
...
- Calculer la distance moyenne : $t = (\text{nbre de sommets} \times \text{nbre de sommets})$

Coefficient de clustering et distance moyenne

Pas de courbes

→ notions de complexité

Complexité : temps nécessaire pour effectuer un calcul (en fonction de la taille du réseau)



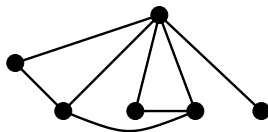
- Compter les sommets, les liens, ... : $t = \text{nbre de sommets, liens}$
...
- Calculer la distance moyenne : $t = (\text{nbre de sommets} \times \text{nbre de sommets})$

Coefficient de clustering et distance moyenne

Pas de courbes

→ notions de complexité

Complexité : temps nécessaire pour effectuer un calcul (en fonction de la taille du réseau)



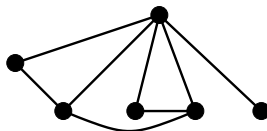
- Compter les sommets, les liens, ... : $t = \text{nbre de sommets, liens}$
...
- Calculer la distance moyenne : $t = (\text{nbre de sommets} \times \text{nbre de sommets})$

Coefficient de clustering et distance moyenne

Pas de courbes

→ notions de complexité

Complexité : temps nécessaire pour effectuer un calcul (en fonction de la taille du réseau)



- Compter les sommets, les liens, ... : $t = \text{nbre de sommets, liens}$
...
- Calculer la distance moyenne : $t = (\text{nbre de sommets} \times \text{nbre de sommets})$

Conclusion sur les paramètres classiques

Première constatation : rien de très remarquable

- Croissance relativement lisse
- Degré moyen devient constant
- Distribution des degrés stable

Indique un comportement général ?

Conclusion sur les paramètres classiques

Première constatation : rien de très remarquable

- Croissance relativement lisse
- Degré moyen devient constant
- Distribution des degrés stable

Indique un comportement général ?

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - **Statistiques liées aux degrés**
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Statistiques liées aux degrés

Distribution des degrés **hétérogène**

Nœuds de faible degré

Nœuds de fort degré

La masse du réseau

↪ quantité à étudier :

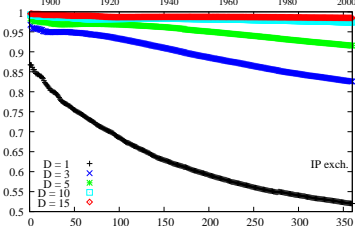
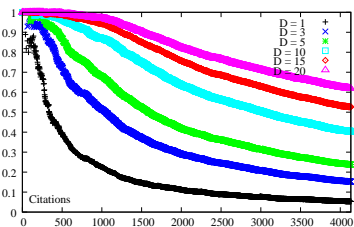
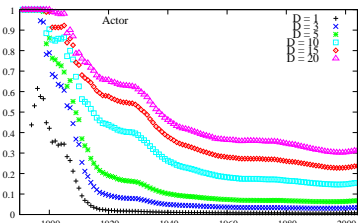
fraction de nœuds de faible degré

Les exceptions

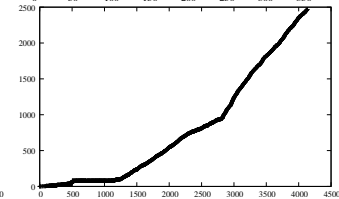
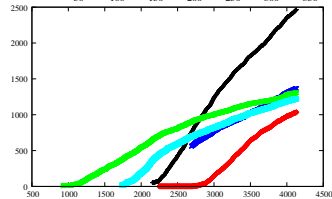
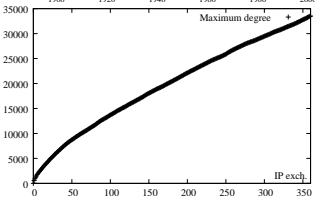
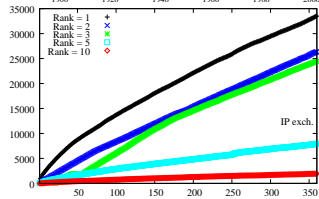
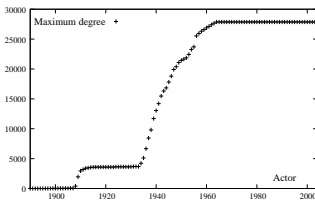
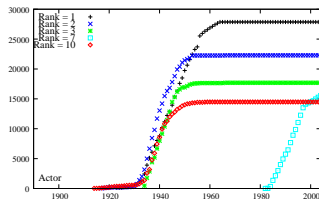
↪ les étudier séparément :

évolution de leur degré

Fractions de nœuds de faible degré



Nœuds de fort degré et degré maximal



Conclusion sur les degrés

Des comportements apparemment généraux :

- Comportement similaire pour les nœuds de fort degré

Des différences

- fraction des nœuds de faible degré
- degré maximal

Analyse 1 - Conclusion

Comment interpréter nos observations ?

Besoin de comparer avec des réseaux aléatoires.

Analyse 1 - Conclusion

Comment interpréter nos observations ?

Besoin de comparer avec des réseaux aléatoires.

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 **Comparaison à l'aléatoire - 1**
 - **Comparaison à l'aléatoire - 1**
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Réseaux croissants aléatoires

Pour les statistiques qu'on a vues : **comparaison avec un réseau croissant aléatoire**

Respecter

- le nombre de périodes
- le nombre de nœuds et de liens de chaque type

Deux variantes :

- complètement aléatoire
- respecter la distribution des degrés

Réseaux croissants aléatoires

Pour les statistiques qu'on a vues : **comparaison avec un réseau croissant aléatoire**

Respecter

- le nombre de périodes
- le nombre de nœuds et de liens de chaque type

Deux variantes :

- complètement aléatoire
- respecter la distribution des degrés

Réseaux croissants aléatoires

Pour les statistiques qu'on a vues : **comparaison avec un réseau croissant aléatoire**

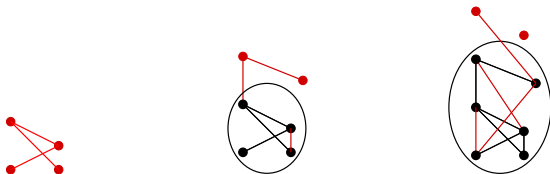
Respecter

- le nombre de périodes
- le nombre de nœuds et de liens de chaque type

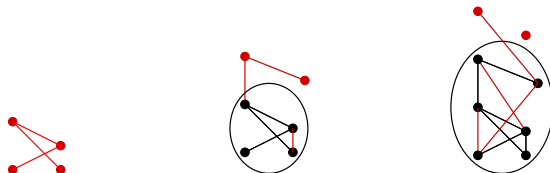
Deux variantes :

- complètement aléatoire
- respecter la distribution des degrés

Réseaux croissants aléatoires

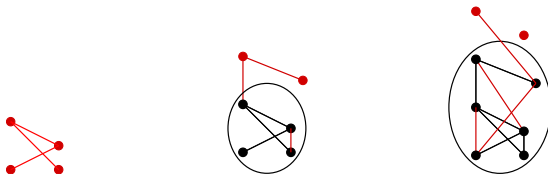


Réseaux croissants aléatoires



Réseau croissant aléatoire

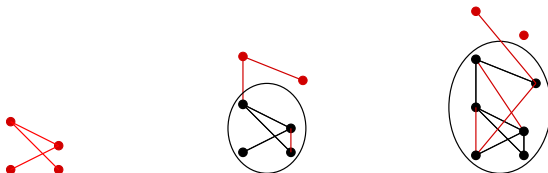
Réseaux croissants aléatoires



Réseau croissant aléatoire



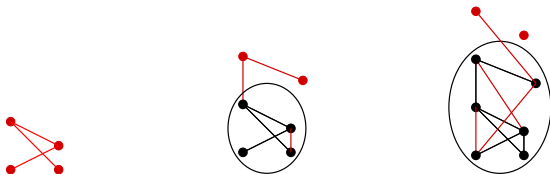
Réseaux croissants aléatoires



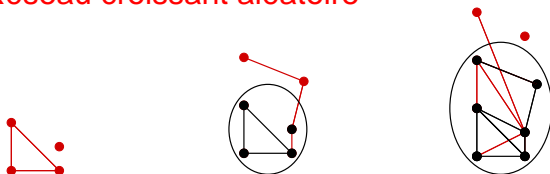
Réseau croissant aléatoire



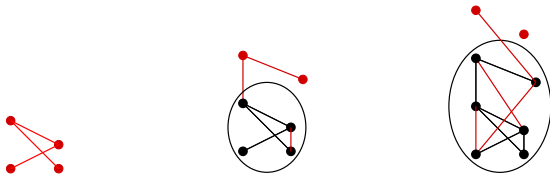
Réseaux croissants aléatoires



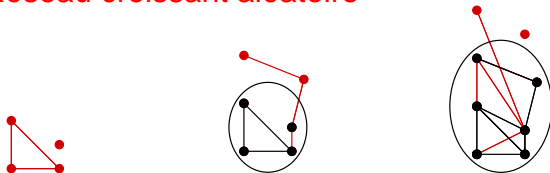
Réseau croissant aléatoire



Réseaux croissants aléatoires



Réseau croissant aléatoire



Variante : Respecter les distributions des degrés

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 **Analyse - 2**
 - **Attachement préférentiel**
 - Clustering dans la dynamique
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

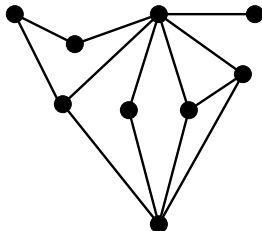
↪ étudier les degrés de ces nœuds

Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds

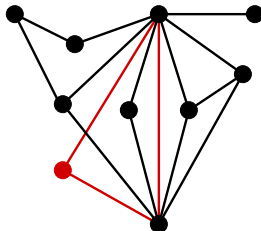


Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds

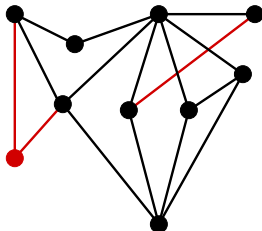


Attachement préférentiel

Idée :

les nouveaux liens s'attachent à des nœuds existants

↪ étudier les degrés de ces nœuds



Motivation : modèle d'Albert et Barabási

- un nouveau **nœud** par étape
- relié à un nœud existant
- choisi proportionnellement à son degré

Idée : les nœuds de fort degré gagnent de plus en plus de liens.

Comparaison avec le modèle d'Albert-Barabási - 1

Choisir un nœud proportionnellement à son degré :

$$P(k) = \frac{kN(k)}{\sum_{k'=1}^{\infty} k'N(k')}$$

En pratique :

liens internes

$$\hat{P}_i(k) = \frac{M_i(k)}{M}.$$

liens externes

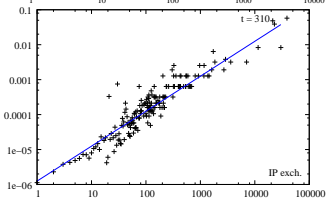
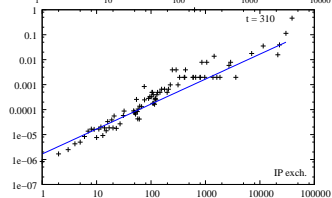
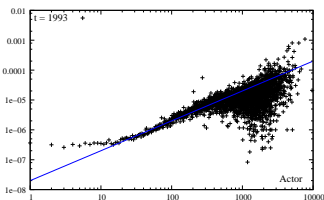
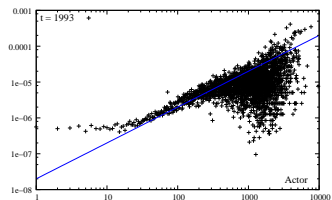
$$\hat{P}_e(k) = \frac{M_e(k)}{M}.$$

On mesure :

$$\frac{M_i(k)}{MN(k)} \stackrel{?}{\sim} k,$$

$$\frac{M_e(k)}{MN(k)} \stackrel{?}{\sim} k,$$

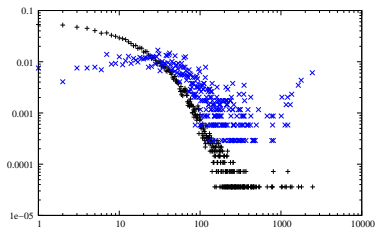
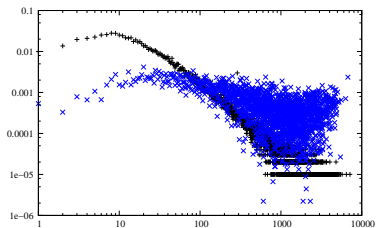
Comparaison avec le modèle d'Albert-Barabási - 2



Comparaison à l'aléatoire

Si les extrémités des liens étaient choisies au hasard :

$$M(k) \sim N(k)$$



Conclusion sur l'attachement préférentiel

- Les réseaux suivent plus ou moins l'attachement préférentiel à la Barábasi ...
- Mais tous semblent **différents de l'aléatoire**
- Avec un biais vers les **forts degrés**

Outline

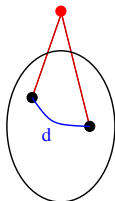
- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 **Analyse - 2**
 - Attachement préférentiel
 - **Clustering dans la dynamique**
- 5 Comparaison à l'aléatoire - 2
 - Comparaison à l'aléatoire - 2

Clustering dans la dynamique

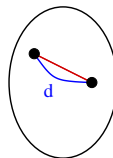
Idée :

- les nouveaux liens relient des sommets
- regarder si ce sont des sommets **proches**

Nœuds externes



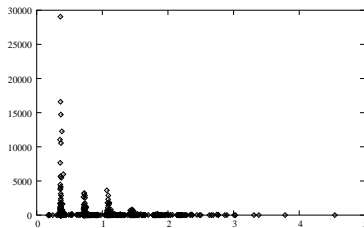
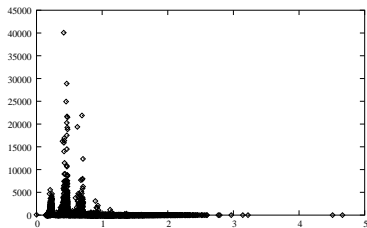
Liens internes



Comparaison à l'aléatoire

Interprétation ?

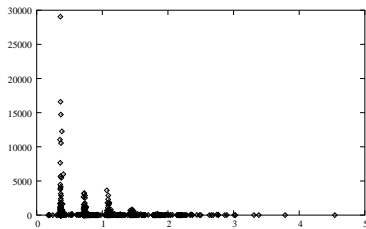
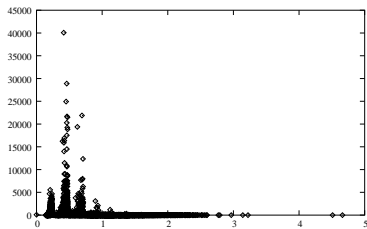
$$\frac{d}{d_{moy}}$$



Comparaison à l'aléatoire

Interprétation ?

$$\frac{d}{d_{moy}}$$



Conclusion sur le clustering dans la dynamique

- les nouveaux liens relient des nœuds déjà proches
↔ **densité locale, clustering**
- mais de temps en temps des nœuds éloignés

Conclusion sur le clustering dans la dynamique

- les nouveaux liens relient des nœuds déjà proches
↔ **densité locale, clustering**
- mais de temps en temps des nœuds éloignés

Outline

- 1 Choix et méthodologie
 - Savoir se restreindre
 - Rappels sur l'analyse statique
 - S'appuyer sur des cas particuliers
- 2 Analyse - 1
 - Choix de la granularité
 - Statistiques élémentaires
 - Évolution des paramètres classiques
 - Statistiques liées aux degrés
- 3 Comparaison à l'aléatoire - 1
 - Comparaison à l'aléatoire - 1
- 4 Analyse - 2
 - Attachement préférentiel
 - Clustering dans la dynamique
- 5 **Comparaison à l'aléatoire - 2**
 - **Comparaison à l'aléatoire - 2**

Comparaison à l'aléatoire - 2

Buts :

connaître les comportements **attendus**
(et donc les comportements **intéressants**)

Deux types d'aléatoire :

- Réseaux croissants aléatoires
- Étapes aléatoires

Comparaison à l'aléatoire - 2

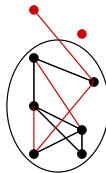
Buts :

connaître les comportements **attendus**
(et donc les comportements **intéressants**)

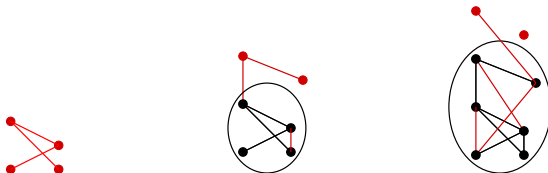
Deux types d'aléatoire :

- Réseaux croissants aléatoires
- Étapes aléatoires

Différents types d'aléatoire

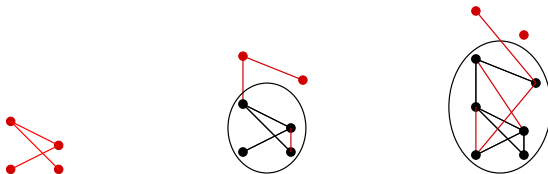


Différents types d'aléatoire



Réseau croissant aléatoire

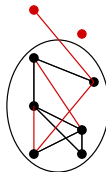
Différents types d'aléatoire



Réseau croissant aléatoire



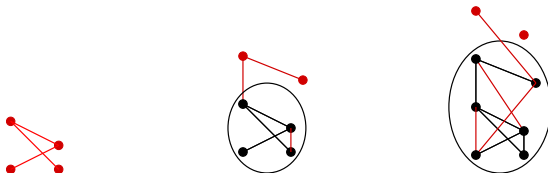
Différents types d'aléatoire



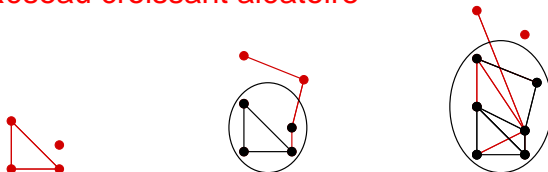
Réseau croissant aléatoire



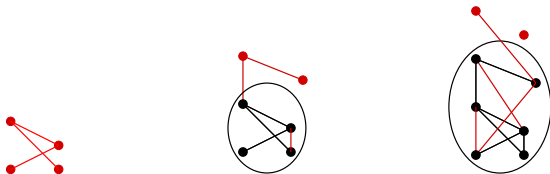
Différents types d'aléatoire



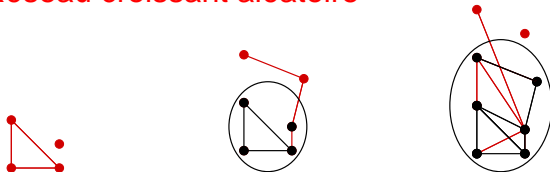
Réseau croissant aléatoire



Différents types d'aléatoire



Réseau croissant aléatoire



Variante : Respecter les distributions des degrés

Limitations

Ne permet pas de faire des comparaisons avec toutes nos propriétés mesurées :

Mesure de l'attachement préférentiel

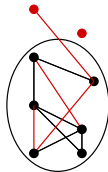
Sans la distribution des degrés

On a une distribution des degrés en loi de Poisson

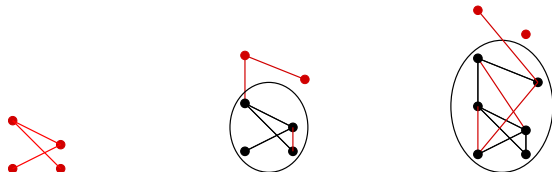
Avec la distribution des degrés

On mesure la même chose que dans le réseau original

Étapes aléatoires



Étapes aléatoires



À chaque étape :

- Prendre le réseau de la fin de l'étape d'avant
- Ajouter aléatoirement le bon nombre de nœuds et de liens

Conclusion sur l'aléatoire

Deux **types de propriétés** :

- Propriétés du graphe qui évoluent
- Propriétés des étapes

↪ **Deux types d'aléatoire**

Deux **variantes** :

- aléatoire pur
- respecter la distribution des degrés

À manier avec précaution...

Conclusion sur l'aléatoire

Deux **types de propriétés** :

- Propriétés du graphe qui évoluent
- Propriétés des étapes

↪ **Deux types d'aléatoire**

Deux **variantes** :

- aléatoire pur
- respecter la distribution des degrés

À manier avec précaution...

Conclusion sur l'aléatoire

Deux **types de propriétés** :

- Propriétés du graphe qui évoluent
- Propriétés des étapes

↪ **Deux types d'aléatoire**

Deux **variantes** :

- aléatoire pur
- respecter la distribution des degrés

À manier avec précaution...

Conclusion

But de ce cours :

Présenter une méthodologie pour l'analyse de la dynamique

Des pistes intéressantes

- pour l'étude générale
- pour les cas particuliers

Perspectives classiques

- Faire la comparaison à l'aléatoire
- Trouver d'autres cas particuliers
- Mesures pour valider d'autres modèles
- Passer aux réseaux dynamiques généraux
- ...

Perspectives

À vous de jouer !

Deux types d'études possibles

- théorique
- cas particuliers

La méthodologie est valable pour une grande variété de problèmes

Perspectives

À vous de jouer !

Deux types d'études possibles

- théorique
- cas particuliers

La méthodologie est valable pour une grande variété de problèmes

Perspectives

À vous de jouer !

Deux types d'études possibles

- théorique
- cas particuliers

La méthodologie est valable pour une grande variété de problèmes

Mes perspectives

Profiter de l'école