

Un jeu pour mieux comprendre certains dilemmes

Remi Pallen

Niveau des élèves: CM1/CM2

Durée de l'activité: 1h05

Matériel requis: Deux fois plus de billes que d'élèves, blanches pour une moitié, noires pour l'autre, des feuilles plastifiées sur lesquelles sont symbolisées l'avancée du projet de l'élève (une par élève), appelées "fiches projet", des feutres pour écrire dessus (une vingtaine) et quelques petites sacoches pour pouvoir tirer des billes au hasard.

1 Descriptif

1.1 Contexte et but de l'activité

Tous les élèves ont des rêves, et aujourd'hui ils veulent chacun réaliser un film. Cela est très difficile et demande de franchir de nombreuses étapes clefs. Mais heureusement, leurs amis peuvent les aider dans leur tâche, enfin seulement si ceux-ci ne sont pas trop occupés eux-même à faire avancer leur propre film. S'ils aident quelqu'un, c'est un temps qu'ils ne passeront pas à faire avancer leur propre projet, mais peut-être que la personne qu'ils ont aidé acceptera de les aider en retour? Ou peut-être pas... Quelle est alors la meilleure attitude à adopter pour mener à bien leur projet? Le but de cette activité est de donner aux élèves plusieurs éléments de réponse à cette question.

1.2 Déroulement de l'activité

On commence par présenter aux élèves le contexte de l'activité, avant de leur distribuer les "fiches projet" (voir en annexes). Ces fiches symbolisent les différentes étapes qu'ils ont à franchir pour réaliser un film, ainsi que leur avancée.

La progression d'un élève se modélise par un jeu simple pouvant se jouer en un ou plusieurs tours, sans vraiment de gagnants ni perdants. Un tour fait participer deux élèves et se déroule comme ceci: Chaque élève décide indépendamment de l'autre s'il choisit d'aider l'autre pour son projet ou pas. On donnera deux billes à chaque élève, une blanche et une noire. S'il veut collaborer, alors il cache la bille blanche dans sa main, sinon, il cache la noire. Une fois que les deux élèves ont choisi, ils ouvrent leurs mains et révèlent la couleur de leur bille. Chacun d'eux fait alors progresser son projet du nombre d'étapes indiqué par le tableau ci-dessous (tableau rappelé sur chaque fiche projet), selon la décision qu'ils ont chacun pris. Le but est alors de faire avancer en cumulé son projet d'un maximum d'étapes, afin de le mener à bien. Pour symboliser cela, ils utilisent leur "fiche projet". Celle-ci comporte une case pour chaque étape du projet. Lorsqu'un élève avance d'une étape, il coche une case, deux s'il avance de deux, trois s'il avance de trois, et aucune s'il n'avance pas.

Avancée du projet		Mon partenaire	
		M'aide	Ne m'aide Pas
Moi	J'aide	2	0
	Je n'aide pas	3	1

On commence par une première phase d'entraînement, où les élèves jouent les uns avec les autres, pendant plusieurs tours avec une même personne avant de passer à la personne suivante (5 tours avec trois personnes différentes). Il est important que les participants à un même jeu ne puissent pas se mettre d'accord avant de jouer, on veillera à cela. A la fin on leur demande de combien d'étapes leur projet a avancé, et à ceux qui ont le plus et le moins progressé quel a été grossièrement leur stratégie. On en discute ensuite à l'oral avec toute la classe. Cela devrait les aider à mieux comprendre le jeu pour la suite, voir même pour certains leur faire saisir quelques rouages spécifiques du jeu. C'est aussi l'occasion pour les élèves de s'exprimer une première fois sur leur expérience du jeu.

On demande ensuite à chacun de choisir une stratégie parmi plusieurs qu'on leur aura décrites (cf les annexes), selon celle qui leur semble être la plus efficace. Ils inscrivent alors la stratégie qu'ils préfèrent en haut de leur fiche projet. Ils effacent alors les étapes qu'ils ont cochés sur leur fiche projet durant la phase d'entraînement pour reprendre à 0. On les fait ensuite jouer à nouveau contre différents partenaires durant plusieurs tours, mais ils ont cette fois pour obligation de respecter la stratégie qu'ils ont choisie. On essaiera au maximum que chaque rencontre fasse participer différentes stratégies, ce ne sera donc pas les élèves qui choisiront leur partenaire. On tiendra également un tableau des résultats des parties (forme en annexes) que nous pourrons analyser à la fin pour en tirer des conclusions. Chaque élève viendra donc avec son partenaire annoncer l'avancée de leurs projets respectifs à un adulte (enseignant ou intervenant) qu'il notera sur le tableau noir, et ce à la fin de chaque partie.

Une fois toutes les rencontres achevées, une discussion se tiendra avec la classe entière pour discuter des résultats. L'objectif est de déterminer si une stratégie semble plus efficace que les autres (si oui laquelle et pourquoi?), de les faire se rendre compte de phénomènes étranges (par exemple celui qui collabore tout le temps a moins fait avancer son projet que son camarade sur chaque rencontre de n tours, mais ce n'est pas celui qui a le moins fait avancer son projet à la fin) et enfin d'essayer d'expliquer ces phénomènes simplement grâce aux notions d'équilibre de Nash et de jeu à somme non nulle. Ces notions certes abstraites au premier abord sont à la portée d'un élève de primaire une fois vulgarisées et leur permettront de comprendre ces phénomènes. On terminera l'activité en donnant quelques exemples de situations de la vie courante faisant intervenir des équilibres de Nash et faisant prendre des décisions étranges à ses acteurs.

1.3 Lien avec l'informatique

L'activité permet aux élèves de participer à une expérience dont ils tireront eux-même les conclusions et les bénéfices, et cela grâce à une discussion faisant intervenir tous les élèves ainsi que l'enseignant et l'intervenant, et suivant une démarche d'observation des conclusions d'une expérience scientifique sur les *équilibres de Nash*. Cette notion appartient à la *théorie des jeux*, un domaine d'informatique théorique très utilisée pour étudier l'économie.

2 Fiche d'activité

Durée: 1h00

Niveau: CM1/CM2

Durée	Phase	Activité et consignes	Objectif
5'	Introduction à la séance	Expliquer brièvement qui je suis, ce que l'on va faire ainsi que le contexte. Leur présenter également la fiche projet.	Expliquer les objectifs de la séance et à quoi vont servir les activités.
15'	Jeux sans stratégie	Chaque élève doit jouer successivement avec 3 élèves différents durant 5 tours pour chaque partie. Les partenaires sont choisis par le professeur et l'intervenant, et les élèves ont pour consigne de venir voir ces derniers après chacune de leurs parties. Ils doivent également remplir correctement leur fiche projet.	Leur faire tester librement une première fois le jeu afin qu'ils se rendent compte de certains phénomènes par eux-même, et donner de la matière à la phase suivante.
10'	Discussion collective	On rassemble les élèves pour discuter des événements, notamment comment s'y sont pris ceux qui ont le plus et le moins fait avancer leur projet.	Leur faire comprendre le dilemme suivant: le cas où les deux élèves n'aident pas l'autre semble être le pire cas, pourtant chacun d'eux a plus intérêt pour l'avancée de son propre projet de ne pas aider l'autre indépendamment du choix de ce dernier. Aucun élément de réponse n'est apportée à ce stade.
5'	Exposition et choix des stratégies	Je leur expose les différentes stratégies, chaque élève doit ensuite en choisir une et l'inscrire en haut de sa fiche projet.	Que chaque élève choisisse une stratégie qui lui convienne selon ce qui lui semble être le plus efficace d'après son expérience et la discussion précédente.

Durée	Phase	Activité et consignes	Objectif
15'	Jeux avec stratégies	Une nouvelle série de 3 parties de 5 tours pour chaque élève. Ils sont cependant obligés de suivre la stratégie qu'ils ont choisi lors de la phase précédente. Après chaque partie, ils doivent également m'annoncer leur résultat que je noterai sur un tableau de la même forme que celui présenté en annexe.	Confronter ce qui leur semblait être une bonne stratégie à la stratégie des autres.
5'	Exposition des résultats	On rassemble une nouvelle fois la classe pour discuter des résultats figurant sur le tableau et des informations que l'on peut en tirer.	Se rendre compte de certains phénomènes comme par exemple le fait que celui qui collabore tout le temps gagne à chaque partie moins que son adversaire, mais en cumulé sur les trois parties ce n'est pas celui qui a le moins gagné. Le but est également de trancher sur ce qui semble être la meilleure stratégie (cela devrait être "Pardon immédiat, sanction immédiate") et pourquoi.
5'	Conclusion	Je leur explique ce qu'est un jeu à somme non nulle, un équilibre de Nash, leur présente le théorème d'existence si le temps restant le permet et enfin leur explique comment ces équilibres peuvent intervenir dans la vie de tous les jours.	Leur faire faire le lien entre ce qu'ils ont expérimenté et un équilibre de Nash, et qu'ils puissent être désormais capable d'en remarquer d'autres dans des situations de la vie courante.

3 Annexes

3.1 Matériel requis

Deux fois plus de billes que d'élèves, blanches pour une moitié, noires pour l'autre, des feuilles plastifiées sur lesquelles sont symbolisées l'avancée du projet de l'élève (une par élève), appelées "fiches projet", et des feutres pour écrire dessus (une vingtaine). Quelques petites sacoches seront nécessaires pour permettre de tirer une bille au hasard (pour permettre l'application de la stratégie "joueur").

3.2 Les différentes stratégies

Collaboration: Choisi tout le temps de collaborer.

Individualiste: Refuse tout le temps de collaborer.

Lunatique: Collabore un tour sur deux (premier tour au choix).

Joueur: Pioche une bille au hasard dans une petite sacoche prévue à cet effet.

Sanction immédiate, pardon immédiat: Joue ce qu'il veut au premier tour, puis joue ce que l'autre participant a joué au tour précédent.

Rancunier: Collabore jusqu'à ce que son partenaire ne le fasse pas auquel cas il ne collaborera plus jusqu'à la fin.

Rancunier avec pardon: Collabore jusqu'à ce que son partenaire ne le fasse pas, auquel cas ne collabore plus pendant 2 tours puis se met à nouveau à collaborer si son partenaire a collaboré à chaque fois durant ces deux tours.

Incompréhensible: Joue ce qu'il veut au premier tour, puis joue l'inverse de ce que l'autre participant a joué au tour précédent.

3.2.1 Quelques affrontements intéressants

Collaboration/Individualiste: l'individualiste fait avancer son projet de 3 points à chaque tour et ne laisse rien à son camarade. Cette configuration représente la plus grande avancée et la plus faible avancée réalisable dans la même partie.

Collaboration/Collaboration: une partie très bénéfique pour les deux élèves.

Individualiste/Individualiste: une partie très peu fructueuse pour les deux élèves.

Sanction immédiate pardon immédiat contre chacune des stratégies: à part contre *l'incompréhensible*, on pourra constater que cette stratégie s'adapte le mieux à ce que fait l'adversaire. En effet, sachant que son camarade joue cette stratégie, l'élève à tout intérêt à collaborer tout le temps ce qui aura pour effet de faire avancer le projet de deux étapes pour chacun des deux élèves.

Ce sont des exemples, mais globalement tous les affrontements pourront permettre d'observer différents phénomènes.

3.3 Tableau des résultats

Lors de la phase *jeux avec stratégies*, on conservera les résultats dans un tableau à double entrées 8×8 . Les lignes et les colonnes seront chacune labellées par une stratégie. Si "Mathis 6/Chloé 4" figure dans la case "Rancunier/Lunatique", cela veut dire que Mathis a adopté la stratégie "Rancunier", a affronté Chloé ayant adopté la stratégie "Lunatique", qu'il a fait avancer son projet de 6 points et elle de 4. La plupart des cases devraient bien entendu comporter plusieurs résultats.

3.4 Théorie derrière ces jeux

Le jeu expérimenté par les élèves est ce qu'on appelle en théorie des jeux un *jeu à somme non nulle*. Cela veut dire que contrairement à un *jeu à somme nulle*, ce que gagne un joueur n'est pas ce que perd l'autre, et que d'une partie à l'autre le montant total de gain (ici l'avancée des deux projets) n'est pas forcément le même. Dans notre jeu, les deux joueurs avancent beaucoup moins si aucun ne collabore que si les deux collaborent.

Notre jeu possède une caractéristique supplémentaire, celui de posséder un *équilibre de Nash*. Un équilibre de Nash est une situation dans laquelle aucun des joueurs, connaissant la décision qu'a pris l'autre joueur, n'a intérêt à changer sa décision. Ici notre équilibre de Nash est la situation où chacun des deux joueurs décide de ne pas collaborer. En effet, dans cette situation, si un joueur décide finalement de collaborer alors, au lieu de faire avancer son projet d'une étape, il le fera avancer de zéro. Pour maximiser son gain, il faudrait que son camarade soit prêt lui aussi à changer de décision, malheureusement ils ne peuvent pas se mettre d'accord. C'est pour cela qu'on appelle une telle situation un "équilibre", le jeu tend naturellement vers cette configuration.

Notre jeu possède un tel équilibre, mais en possède-t-il un autre? En réalité non, car quelle que soit la décision de son camarade, l'élève aura toujours plus intérêt à ne pas collaborer. Si son camarade a collaboré, il avancera de 3 étapes au lieu de 2, et s'il n'a pas collaboré il avancera d'une étape au lieu de 0.

On pourrait croire que notre jeu n'est qu'un cas pathologique et qu'en réalité de tels équilibres de Nash apparaissent rarement, seulement John Nash a prouvé le théorème suivant durant sa thèse:

Théorème d'existence. Tout jeu possède un équilibre de Nash (si on autorise les stratégies *mixte*, i.e. on s'autorise de faire certains choix aléatoirement).

Il faut bien comprendre ici que le terme de "jeu" désigne n'importe quelle situation de la vie de tous les jours faisant intervenir une ou plusieurs personnes. Les échecs sont un jeu, mais essayer de vendre un maximum de bonbons ou encore essayer d'avoir le meilleur emplacement pour vendre ses glaces sur la plage sont des jeux, et font donc eux-aussi intervenir des équilibres de Nash comme l'explique la prochaine section. Les équilibres de Nash sont donc omniprésents.

4 Equilibres de Nash de la vraie vie

De nombreuses situations de la vie de tous les jours font intervenir des équilibres de Nash. La conclusion devrait permettre d'exposer brièvement l'une des deux situations suivantes:

Les marchands de glaces: Deux marchands de glaces, Alice et Bob, occupent une plage et se situent tous deux à une distance à peu près égale du centre. Alice se dit que si elle se rapproche du centre, alors elle va augmenter ses ventes puisque les touristes vont d'abord trouver son stand avant celui de Bob. Elle décide donc de se rapprocher du centre de la plage. Bob le constate et rapproche lui aussi son stand du centre de la plage pour continuer de vendre autant de glaces qu'Alice, comme avant. Alice, constatant que la situation n'a pas vraiment changée, se dit qu'elle pourrait se rapprocher encore un peu plus du centre de la plage, et le fait. Bob remarque une fois de plus la manoeuvre de son homologue et se rapproche à nouveau lui-aussi. On voit bien ici que la situation pousse Alice et Bob vers un équilibre de Nash: celui où ils sont tous les deux côte à côte au centre de la plage. Pourtant on voit bien que cette situation leur est à chacun moins favorable que la première, puisqu'ils ne vendent toujours pas plus de glaces que l'autre et que le public visé est plus restreint qu'avant. En effet, les touristes en bordure de plage n'ont à présent aucun marchand de glace à proximité. Pourtant si Bob décide de s'éloigner du centre et qu'Alice ne bouge pas, Bob réalisera de moins bonnes vente qu'Alice, il n'a donc pas intérêt à le faire.

Les marchands de bonbons: Alice et Bob sont cette fois des marchands de bonbons habitant en face d'une école primaire. Si l'un augmente ses prix, alors tous les enfants vont aller acheter leurs friandises chez l'autre qui est moins cher. Si Alice et Bob ne se mettent pas d'accord sur les prix, ils seront alors obligés de vendre leurs bonbons à bas prix. En revanche, ils peuvent s'accorder sur des prix plus élevés afin que les enfants soient obligés de payer plus cher qu'avant partout. Ainsi les enfants continueront à aller voir leur marchand de bonbon habituel mais paieront plus cher qu'avant, Alice et Bob vont s'enrichir tous les deux à la fois. L'équilibre de Nash est ici le cas où les deux marchands vendent leurs bonbons à faible coût. Et on observe cela avec n'importe quel marché, pas seulement celui des bonbons. C'est pour cela que des lois interdisent les accords commerciaux entre concurrents.

La seule chose permettant de fuir un équilibre de Nash est la communication. La conclusion de la séance est la suivante: "Si vous êtes défavorables à un équilibre de Nash, la communication est la solution, sinon empêchez la". On pourra également voir comment dans ces situations, appliquer la stratégie "Sanction immédiate, pardon immédiat" aurait fait évoluer les choses.

Nom :

Prénom :

Stratégie :

Etape 1 : Ecriture du synopsis	Etape 2 : Ecriture du scénario	Etape 3 : Recherche du financement	Etape 4 : Ecriture des dialogues	Etape 5 : Réalisation du story-board	Etape 6 : Recrutement du personnel
Etape 7 : Auditions des acteurs	Etape 8 : Choix des acteurs	Etape 9 : Choix des lieux de tournage	Etape 10 : Etablissement du planning de tournage	Etape 11 : Choix des costumes	Etape 12 : Choix du maquillage des acteurs
Etape 13 : Apprivoisement du texte par les acteurs	Etape 14 : Choix des musiques	Etape 15 : Appel des figurants	Etape 16 : Tournage des scènes d'expositions	Etape 17 : Tournage des scènes d'actions	Etape 18 : Tournage des scènes dramatiques
Etape 19 : Tournage des scènes romantiques	Etape 20 : Tournage du dénouement final	Etape 21 : Tournage de la conclusion du film	Etape 22 : Tournage des scènes sur fond vert	Etape 23 : Tournage de la scène post-générique	Etape 24 : Vérification et correction des scènes
Etape 25 : Montage du film	Etape 26 : Rajout des effets spéciaux	Etape 27 : Montage de la bande d'annonce	Etape 28 : Création de l'affiche	Etape 29 : Communication du film	Etape 30 : Sortie du film !

Nombre d'étapes supplémentaires :

Avancée du Projet		Mon partenaire	
		M'aide	Ne m'aide pas
Moi	J'aide	2	0
	Je n'aide pas	3	1